

**Peter RIEGLER<sup>1</sup> (Wolfenbüttel)**

## **Schwellenkonzepte, Konzeptwandel und die Krise der Mathematikausbildung**

### **Zusammenfassung**

Ausgehend von der Literatur zur Fehlkonzeptforschung und zum Konzeptwandel werden Überlegungen zur Verbesserung des Transfers von Studienreformprojekten in der Mathematik angestellt. Die Analyse der Literatur führt zu einem erstaunlich konsistenten und kohärenten Bild, das erklären kann, warum einerseits das Erlernen von Mathematik und andererseits Reformprojekte in der Durchführung oder im Transfer häufig scheitern. Ausgehend von dieser Analogie im Scheitern und dem aktuellen Forschungsstand zu effektiver Lehre werden Schlussfolgerungen darüber gezogen, wie Studienreformprojekte und deren Transfer besser gelingen können.

### **Schlüsselwörter**

Konzeptwandel, Fehlkonzepte, Schwellenkonzepte, Qualifizierung von Lehrenden

---

<sup>1</sup> E-Mail: [p.riegler@ostfalia.de](mailto:p.riegler@ostfalia.de)

## **Threshold concepts, conceptual change and the crisis of mathematics education**

### **Abstract**

Based on a review of the scientific literature on misconception research and conceptual change, this paper analyses how to facilitate the dissemination of successful instructional reforms in mathematics. The analysis of the relevant literature leads to astonishingly consistent and coherent findings, which can explain both the difficulties related to learning mathematics and the difficulties related to reforming mathematics instruction and transferring successful instructional reforms. By combining these findings with current knowledge about effective science instruction, conclusions can be drawn about how to improve the transferability of instructional reforms.

### **Keywords**

conceptual change, misconceptions, threshold concepts, professional development

## **1 Schwellen und Krisen**

Viele Studierende scheitern an der Mathematik oder haben zumindest erhebliche Schwierigkeiten, diese zu erlernen. Viele Lehrende empfinden Mathematik als schwierig zu vermitteln und empfinden ihre Bemühungen zuweil als gescheitert. Viele Reformprojekte zur Mathematiklehre führen nicht zum gewünschten Ziel und selbst im Erfolgsfall scheint ein Gelingen des Projekttransfers eher nicht die Regel zu sein. Mathematik stößt auf vielen Ebenen an Schwellen, die schwierig zu überwinden scheinen. Mathematik hat den Nimbus des Problematischen, wie er auch im *Call* zu diesem Themenheft zum Ausdruck gebracht wurde. Die Mathematikausbildung befindet sich womöglich in einer Krise. Trotz vieler Bemühungen aller Beteiligten scheint es kaum ein Vorankommen zu geben. Jedenfalls haben die

Reformbemühungen der Vergangenheit nicht zu einer verringerten Notwendigkeit für Reformen in der Gegenwart geführt.

Dieser Beitrag stellt die Hypothese auf, dass Schwierigkeiten und Herausforderungen auf den genannten Ebenen analog zueinander sind und Versuche, diese Schwellen zu überwinden, einem bestimmten Muster folgen müssen, um erfolgreich zu sein. Mit anderen Worten: Lernen von Mathematik, Lehren von Mathematik und Transfer von effektiver Lehre scheitern an analogen Stellen bzw. im Erfolgsfall werden die Herausforderungen auf analoge Weise gemeistert. Zur Stützung dieser Hypothese werden zum einen Gemeinsamkeiten aus wissenschaftlichen Arbeiten zur Mathematikdidaktik, Didaktik anderer Disziplinen, Erziehungswissenschaften und Wissenschaftsgeschichte destilliert, die sich mit Schwellen und Krisen befassen. Zum anderen wird ein vergleichender Blick auf die jüngere Entwicklung der Physik als Nachbardisziplin der Mathematik geworfen. Die Physik befindet sich in didaktischer Hinsicht ebenfalls in einer Krise, erscheint in der Bewältigung dieser Krise jedoch deutlich vorangeschrittener. Bei Analyse und Synthese werden sich insbesondere die bereits mehrfach verwendeten Metaphern Schwelle und Krise als fruchtbar erweisen.

Die Argumentation stützt sich weitestgehend auf Analyse und Synthese der Literatur, aber auch auf die Erfahrungen des Autors in der Mathematiklehre und bei der Begleitung anderer Lehrender in deren Bemühungen, ihre Lehre effektiver zu machen. Da, wo Erfahrungen, aber auch Überzeugungen des Autors eingehen, sind diese explizit genannt. Der Autor ist sich insbesondere bewusst, dass die nachfolgende Analyse und Synthese sich wesentlich und quasi axiomatisch auf zwei Überzeugungen stützt: zum einen die Überzeugung bzw. Erfahrung, dass sich komplexe und durchaus zunächst hoffnungslos erscheinende Problemstellungen durch wissenschaftliche Analyse häufig drastisch vereinfachen und lösen lassen; zum anderen die Überzeugung, dass dies durch eine Reduktion auf eine geringe Zahl fundamentaler Konzepte geschehen kann und muss (es aber durchaus mehrere, weitestgehend äquivalente Mengen solcher fundamentaler Konzepte geben kann).

## 2 Fehlkonzepte und Schwellenkonzepte

Die Physik befindet sich in einer ähnlichen Situation wie die Mathematik. Wo Physik Pflichtbestandteil des Curriculums eines Studiengangs ist, erweist sich das Fach als Nadelöhr für viele Studierende. Gleichwohl ist die Physik einer Bewältigung ihrer didaktischen Krise in den letzten Jahrzehnten deutlich näher gekommen. Gerade im angelsächsischen Raum hat sich mit Physics Education Research (PER) eine forschungsstarke Teildisziplin der Physik etabliert. Während die traditionelle Fachdidaktik zumindest im deutschsprachigen Raum inhaltlich auf Primar- und Sekundarstufe ausgerichtet ist, richtet PER ein besonderes Augenmerk auf Physiklehre an Hochschulen.

Ein wesentlicher Meilenstein in der Entwicklung von PER war der empirische Befund, dass Lernende Vorstellungen über physikalische Sachverhalte in den Lernprozess mitbringen, die im Gegensatz zu physikalischen Erkenntnissen stehen, jedoch Lernende diese physikalisch nicht haltbaren Vorstellungen in der Regel weiterhin an Stelle der physikalischen Konzepte verwenden, selbst nach mit guten Noten bestandener Prüfung (HESTENES, WELLS & SWACKHAMER, 1992; HAKE, 1998). In der Physikliteratur werden solche Vorstellungen häufig als Fehlkonzepte bezeichnet. Ein typisches und weit verbreitetes Fehlkonzept ist beispielsweise die Vorstellung, dass die Kraft eine Ursache der Bewegung sei. Dies ist im Widerspruch zur Kernaussage der Newton'schen Mechanik, dass es keine Ursache der Bewegung gibt, sondern nur eine Ursache der Bewegungsänderung und diese Ursache in einer von Null verschiedenen Nettokraft besteht.

In den letzten Jahrzehnten wurden in PER solche Fehlkonzepte systematisch erforscht und Lehrszenarien entwickelt (REDISH, 2003), die reproduzierbar zu deutlich besserem Verständnis physikalischer Konzepte bei Studierenden führen (HAKE, 1998). In den letzten Jahren hat sich PER zu einer Art Vorbild für die fachdidaktische Forschung anderer Disziplinen entwickelt, insbesondere in den Natur- und Ingenieurwissenschaften. Auch dort erweisen sich Fehlkonzepte als kritisch für das Lernen der Fachkonzepte. Auch dort führen durch hochschulfachdidaktische Forschung gestützte Lehrmethoden zu deutlich verbesserten Lernzuwächsen.

Trotz aller Erfolge sind PER-basierte, reformierte Kurse noch ein gutes Stück vom gewünschten Ergebnis entfernt, dem Verständnis grundlegender physikalischer Konzepte durch praktisch alle Studierende. Dieser ernüchternde Befund wird darauf zurückgeführt, dass die Konzepte des Faches intrinsisch schwierig sind und Erlernen und Verstehen dieser Konzepte erfordern, dass Studierende ihre mitgebrachten konzeptuellen Vorstellungen in die wissenschaftlich etablierten Konzepte wandeln müssen. Dieser Konzeptwandel ist kognitiv schwierig (POSNER, STRIKE, HEWSON & GERTZOG, 1982).

Auch in der Mathematik wurden und werden solche Fehlkonzepte bzw. intrinsisch schwierigen Konzepte erforscht, wenn auch bisher bei weitem nicht so systematisch wie in PER. Beispiele für solche charakteristischen Schwierigkeiten mit Relevanz für die Hochschulmathematik sind u. a. das Konzept der Funktion, der vollständigen Induktion (ARNON et al., 2014) und der Menge (RIEGLER, 2013). Auch hier bringen Studierende charakteristische Vorstellungen in den Lernprozess mit, die ganz oder teilweise im Widerspruch zu mathematischen Fachkonzepten stehen, und tauschen in der Regel auch nach bestandener Prüfung diese Vorstellungen nicht gegen die mathematischen Konzepte aus. Abschnitt 6 beschreibt exemplarisch zwei Fehlkonzepte im Mathematikkontext in mehr Details.

Etwas zeitversetzt und vermutlich weitgehend unbeeinflusst von der Entwicklung in PER wurden in den letzten Jahren vergleichbare Erkenntnisse in anderen Disziplinen gewonnen. Ausgehend von den Geschichtswissenschaften hat sich der Begriff *Bottleneck* für bisher unerkannte konzeptuelle Schwierigkeiten etabliert und die gezielte Dekodierung solcher *Bottlenecks* hat sich als effektiv für die Lehre erwiesen (MIDDENDORF & PACE, 2004). Ausgehend von den Erziehungswissenschaften hat sich die Vorstellung von *Threshold Concepts*, also Schwellenkonzepten, etabliert (MEYER & LAND, 2003). Der Begriff Schwellenkonzept subsumiert sehr gut die in PER und anderen Disziplinen etablierte Begrifflichkeit Fehlkonzept und bietet eine begriffliche Alternative, denn bei Fehlkonzepten handelt es sich oft nicht um grundsätzlich falsche Vorstellungen. Sie können in Einzelfällen zu korrekten Erklärungen führen, sind aber als Ganzes nicht mit wissenschaftlich gestützten Vorstellungen vereinbar und häufig auch inkonsistent. Außerdem bietet der

Begriff Schwellenkonzept eine fruchtbare Metapher: die Schwelle, an die Studierende im Lernprozess immer wieder stoßen, und die es vielen nicht gelingt, ohne Unterstützung zu überwinden.

Schwellenkonzepte sind durch bestimmte Eigenschaften gekennzeichnet: U. a. sind sie transformativ, integrativ, irreversibel und schwierig (MEYER & LAND, 2005). Sie transformieren das Konzeptverständnis. Lernende integrieren dabei die in den Lernprozess mitgebrachten Vorstellungen mit den wissenschaftlichen Konzepten. Die Transformation des Konzeptverständnisses ist dabei irreversibel und der Prozess der Transformation kann nach einiger Zeit oft nicht mehr erinnert werden. Dies erklärt auch, warum Lehrende als Expertinnen bzw. Experten Schwierigkeiten haben nachzuvollziehen, warum Studierende für Lehrende einfache Konzepte nicht begreifen. Sie können sich nicht mehr daran erinnern, wie es war, als sie selbst dieses Konzept noch nicht verstanden hatten (z. B. Funktionen noch nicht als eindeutige Abbildungen verstanden hatten, vgl. Abschnitt 6).

### 3 Konzeptwandel

Damit Studierende Fehlvorstellungen aufgeben bzw. mit etablierten wissenschaftlichen Konzepten in Einklang bringen, müssen sie ihre konzeptuellen Vorstellungen verändern. Dieser Prozess wird in der Literatur meist als *conceptual change*, also Konzeptwandel bezeichnet.

Die entsprechende Forschung hat starke Wurzeln in der Psychologie (DOLE & SINATRA, 1998) und der naturwissenschaftlichen Didaktik (POSNER, STRIKE, HEWSON & GERTZOG, 1982) und gründet letztendlich in Piagets Arbeiten zur kognitiven Entwicklung. Daneben ist einer ihrer Ausgangspunkte die wissenschaftshistorische Forschung von Thomas Kuhn. Für Kuhn sind markante Entwicklungen in wissenschaftlichen Disziplinen Phasen des Konzeptwandels mit krisenhaftem Charakter (KUHN, 1970). Die Krise der Newton'schen Mechanik und der spätere Konzeptwandel hin zu Relativitätstheorie und Quantenmechanik ist ein prototypisches Beispiel. Konzeptuelle Schwierigkeiten treten also nicht nur auf der

Ebene von Individuen auf, sondern auch auf der Ebene von Disziplinen, also letztendlich auf sozialer Ebene in Gruppen von Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern. Dies zeigt nicht nur die breite Anwendbarkeit und Bedeutung des Konzepts Konzeptwandel, sondern weist auch darauf hin, dass Konzeptwandel auch soziale Konsensbildungsprozesse involviert.

Auch in PER hat sich soziale Interaktion als wesentlich für den Konzeptwandel bei Studierenden erwiesen. HAKE sieht in seiner Analyse von Mechanik-Lehrveranstaltungen, die Studierende besonders erfolgreich beim Konzeptwandel von Fehlkonzepten hin zur Newton'schen Mechanik unterstützt haben, die folgende Gemeinsamkeit bei den verwendeten Lehrmethoden: *„methods [...] designed at least in part to promote conceptual understanding through the active engagement of students in heads-on (always) and hands-on (usually) activities that yield immediate feedback through discussion with peers and/or instructors“* (HAKE, 1998, S. 66). HAKE betont also besonders die Interaktion mit Kommilitoninnen und Kommilitonen, denn häufig können Studierende, die ein Konzept gerade erst verstanden haben, dieses ihren Kommilitoninnen und Kommilitonen besser erklären. Sie haben die mit dem Konzeptwandel verbundenen Schwierigkeiten gerade erst gemeistert, während dies bei Lehrenden in der Regel schon Jahre zurückliegt.

Konzeptwandel ist für Personen, die ihn vollziehen, in der Regel schwierig. Mindestens ebenso schwierig ist es, Konzeptwandel bei anderen Personen anzustoßen oder auszulösen. Gerade in der Lehre gibt es sicherlich keinen universellen Auslöser, der einen Konzeptwandel bei Studierenden „bewirkt“. Aus Sicht des Autors scheint ohnehin die Vorstellung, dass Konzeptwandel durch Lehrende nicht bewirkt wird, sondern allenfalls begünstigt wird, angemessener und fruchtbarer.

Sehr häufig erweisen sich kognitive Konflikte förderlich für einen erfolgreichen Konzeptwandel (MCDERMOTT, 1991). Dazu werden in einem ersten Schritt die Fehlkonzepte der Studierenden transparent gemacht. In einem zweiten Schritt werden Studierende ausgehend von ihren Fehlkonzepten auf Widersprüche geleitet (gewissermaßen eine Krise im Kuhnschen Sinne). Im dritten Schritt wird Studierenden in sozialer Interaktion mit Kommilitoninnen und Kommilitonen die Gele-

genheit gegeben, die Widersprüche aufzulösen und so den Konzeptwandel durchzuführen oder zumindest einzuleiten. Die Aufgabe von Lehrenden besteht darin, diesen Prozess zu planen und zu begleiten.

## 4 Konzeptwandel in der Lehre

Auch Lehre ist ein Lernprozess – für Lehrende. Wenn der Erfolg studentischen Lernens wesentlich durch das Meistern von Schwellenkonzepten bestimmt ist, sollte es auch Schwellenkonzepte bzgl. der Lehre geben. In der Tat zeichnet die Literatur hier ein erstaunlich affirmatives und konsistentes Bild, auch wenn die Begriffe Schwellenkonzept, Konzeptwandel usw. bisher kaum in diesem Zusammenhang verwendet wurden.

Mehrere Arbeiten sind unabhängig voneinander zum Schluss gekommen, dass Lehrende mit ganz charakteristischen Vorstellungen in den Lehrprozess eintreten, dass sich diese Vorstellungen im Laufe der Zeit wandeln können und, wenn sie dies tun, dieser Wandel charakteristischen Mustern folgt. RAMSDEN hat diese Ergebnisse in einem dreistufigen Modell zusammengefasst (RAMSDEN, 2003), das die Konzeptionen („*Theories*“) von Lehrenden bzgl. Lehre und deren potentiellen Wandel beschreibt: Die grundlegende Konzeption (*Theory 1*) besteht darin, Lehre als Inhaltevermittlung zu sehen. Lehrende, bei denen diese Vorstellung im Vordergrund steht, erklären sich das Scheitern von Lernen in der Regel mit externen Faktoren, z. B. der fehlenden Vorbildung oder Motivation der Studierenden. Im Fokus steht, wie die Studierenden sind. Lehrende, deren Vorstellungen bzgl. Lehre charakteristisch für *Theory 2* sind, betrachten Lehre vorrangig als das Organisieren studentischer Aktivität. Wenn Lehre nicht die gewünschten Erfolge zeigt, tendieren solche Lehrende dazu, dies auf mögliche Defizite der Lehrmethode zurückzuführen. Im Fokus steht also die Lehrmethode bzw. was Lehrende tun. Lehrende schließlich, die eine Sichtweise gemäß *Theory 3* haben, betrachten Lehre als Ermöglichen von Lernen: „*Teaching involves finding out about students' misunderstandings, intervening to change them and creating a context of learning that encourages students to engage with the subject matter.*“ (RAMSDEN, 2005, S.



110). Im Fokus stehen also stoffbezogene Schwellenkonzepte und Konzeptwandel. Wenn der Lernerfolg ausbleibt, führen solche Lehrende dies darauf zurück, dass sie die Schwierigkeiten ihrer Studierenden mit dem Stoff noch nicht hinreichend verstanden oder identifiziert haben.

Auch in PER rücken Lehrende in den letzten Jahren stärker in das Interesse der Forschung. PER ist daran interessiert zu verstehen, welche Faktoren die Verbreitung und die Effektivität PER-generierter Lehrinnovationen begünstigen. Erste Ergebnisse zeichnen auch hier ein charakteristisches Muster: Von Lehrenden, die bereit sind, eine bestimmte PER-basierte Lehrmethoden einzusetzen, tendieren viele dazu, diese zu modifizieren. Dabei lassen sie genau die Komponenten weg, die kritisch für effektive Lehre sind, nämlich Interaktion unter Studierenden und die Gelegenheit zum kognitiven Konflikt (TURPEN, DANCY & HENDERSON, 2010). Aus dem Blickwinkel von Ramsdens Modell der Entwicklung von Lehrkonzeptionen ist dieses Verhalten verständlich: Ein fruchtbares Anwenden von Lehrinnovationen, bei denen Konzeptwandel zentral ist, erfordert auch auf Seiten der Lehrenden einen Konzeptwandel, also ein Überschreiten der Schwelle zwischen *Theory 2*- und *Theory 3*-Sichtweisen, so wie beispielsweise ein fruchtbares Anwenden von Newton'scher Mechanik einen Konzeptwandel Studierender von mitgebrachten Vorstellungen zu wissenschaftlich gestützten Vorstellungen erfordert.

Eine Zusammenschau der Forschungsergebnisse zu Schwellenkonzepten bei Studierenden, Konzeptwandel im Allgemeinen und der Entwicklung von Lehrenden legt die Sichtweise nahe, dass Lern- und Entwicklungsprozesse von Studierenden wie auch von Lehrenden schwierig sind, wenn sie das Meistern von Schwellenkonzepten und den damit verbundenen Konzeptwandel erfordern. MEYER & LAND formulieren explizit die Vermutung, dass das Konzept des Schwellenkonzepts selbst wiederum ein Schwellenkonzept für Lehrende darstellt (MEYER & LAND, 2005, S. 386). Dies ist konsistent mit der zentralen Rolle, die das Wissen um und das Umgehen mit Fehlkonzepten in *Theory 3* hat. Die Bedeutung von Schwellenkonzepten zu erkennen und die Fähigkeit, Schwellenkonzepte zu identifizieren, bilden eine Schwelle zu effektiver Lehre.

Dieser Konzeptwandel ist für Lehrende sicher nicht leichter als der Konzeptwandel hinsichtlich fachbezogener Konzepte für Studierende. Ausgehend vom Befund aus PER und anderen Disziplinen, dass viele Studierende diesen Konzeptwandel nicht ohne besondere Unterstützung vollziehen, erscheint es plausibel, dass auch viele Lehrende den Konzeptwandel zu einer *Theory-3*-Sicht nicht von alleine meistern. Nach den Erfahrungen und Beobachtungen des Autors dieses Artikels ist es für Lehrende in der Tat schwer, die kritische Bedeutung von Schwellenkonzepten für das studentische Lernen zu erkennen, Schwellenkonzepte, die das Lernen ihrer Studierenden erschweren, tatsächlich zu identifizieren und in der Lehrveranstaltung eine Umgebung zu schaffen, in der das Überschreiten der Schwellen im Vergleich zur Vermittlung von Inhalten den Vorrang hat.

Aus Sicht des Autors impliziert die obige Synthese, dass das Lehrkonzept der meisten Lehrenden durch *Theory 1* bzw. *2* geprägt ist. Andernfalls müssten Konzeptverständnis und Konzeptwandel bedeutsame Rollen in sehr vielen Lehrveranstaltungen spielen und es hätte keinen Grund für die in Abschnitt 2 dargestellte Entwicklung der fachdidaktischen Forschung gegeben. In der Tat folgen sehr viele Reformbemühungen in der Mathematik dominant einer *Theory-1*-Sicht. Im Fokus steht die Inhaltevermittlung, wie die Studierenden sind und was diese bisher nicht in den Lernprozess mitbringen. Mathematische Vorkurse sind ein Prototyp solcher Reformbemühungen. Ziel der Reform ist, Defizite von Studierenden zu beseitigen, damit sie in einer von der Reform unberührten regulären Mathematikveranstaltung bestehen können.

Reformbemühungen, bei denen die Einführung einer neuen Lehrmethode oder ein neuer Zuschnitt der Lehrinhalte im Vordergrund steht, sind an der Lehrmethode orientiert, also für *Theory 2* prototypisch. Wenn die Reformen nicht wie gewünscht gelingen, wird das darauf zurückgeführt, dass die Methode nicht passt oder noch weiter entwickelt werden muss.

Beide Arten von Reformbemühungen laufen Gefahr zu scheitern, wenn sie nicht auch studentische Schwellenkonzepte und den erforderlichen Konzeptwandel im Blick haben. Aber selbst erfolgreiche Reformbemühungen, die an *Theory 3* orien-

tiert zum Ziel haben, konzeptionelle Schwierigkeiten der Studierenden zu identifizieren und davon ausgehend den Lernprozess zu gestalten, laufen Gefahr, im Transferprozess zu scheitern, wenn Lehrende noch nicht einen Wandel zu *Theory 3* vollzogen haben. Die Untersuchungen von TURPEN, DANCY & HENDERSON (2010) dokumentieren solches Scheitern.

Es ist wichtig zu betonen, dass Ramsdens dreistufiges Modell nicht wertend zu verstehen ist in dem Sinne, dass Personen, deren Sicht auf Lehre eher durch die Theorien 1 oder 2 beschrieben werden kann, Defizite im Vergleich zu Personen haben, für die *Theory 2* oder *3* eine treffendere Beschreibung liefern. Aus der Perspektive von Schwellenkonzepten stellt die nächste Theoriestufe jeweils eine Schwelle dar, die *per se* schwierig zu meistern ist. Ebenso impliziert Ramsdens Modell nicht, dass *Theory 1* oder *2* in irgendeiner Weise falsch sind und *Theory 3* den ultimativen goldenen Standard darstellt. Schwellenkonzepte sind integrativ. Beispielsweise sind Lehrmethoden auch für eine *Theory-3*-Sicht auf Lehre wichtig. Sie sind aber nicht zentral, so wie in *Theory 2*. In diesem Sinne integriert *Theory 3* *Theory 2*.

## 5 Implikationen und Schlussfolgerungen

Wenn Mathematiklehre und die Reform von Mathematiklehre gelingen sollen, kommt demnach Konzeptwandel eine kritische Bedeutung zu. Im Vergleich zur Anzahl der Arbeiten zum Konzeptwandel bei Studierenden gibt es bzgl. des Konzeptwandels bei Lehrenden bis heute nur wenige Untersuchungen. Es erscheint plausibel, dass der Konzeptwandel bei Lehrenden durch analoge Maßnahmen wie der Konzeptwandel bei Studierenden begünstigt wird, also durch Transparentmachen von eigenen Vorstellungen (in diesem Fall zur Lehre), möglicherweise durch Erzeugen eines kognitiven Konfliktes und in jedem Fall durch die Interaktion und Zusammenarbeit (in diesem Fall der Lehrenden) mit häufigem Feedback untereinander und mit Kursbegleiterinnen und -begleitern.

Die wenigen dem Autor bekannten Programme, die Lehrreform explizit als Konzeptwandel verstehen, folgen diesem Muster und sind dabei durchaus hinsichtlich des Transfers von Reformprogrammen erfolgreich (HO, WATKINS & KELLY, 2001; HENDERSON, 2008; WIEMAN, PERKINS & GILBERT, 2010). In jedem Fall ist der intensive Austausch unter Lehrenden über einen längeren Zeitraum integraler Bestandteil sowie das Transparentmachen der Konzeptionen von Lehrenden bzgl. Lehre und natürlich eine Fokussierung auf die Schwellenkonzepte des jeweiligen Lehrgebiets. WIEMAN, PERKINS & GILBERT (2010) beschreiben ein von PER-Forschungsergebnissen motiviertes und offenbar bisher auch im Transfer recht erfolgreiches Reformprojekt in mehreren MINT-Disziplinen in verschiedenen Fakultäten an zwei nordamerikanischen Hochschulen. Bemerkenswert dabei ist die Sichtweise, dass Konzeptwandel für eine Reform der Lehre eben auch sozialer Konsensbildung unter den Lehrenden bedarf. Deshalb setzt dieses Projekt bewusst auf der Fakultätsebene an und nicht ausschließlich auf der Ebene einzelner Kurse.

Die hier abgeleitete zentrale Bedeutung von Konzeptwandel zieht den Schluss nach sich, dass die von Ramsden in *Theory 3* oder auch *Theory 2* kategorisierten Konzeptionen von Lehre Schwellenkonzepte darstellen können. Daraus ergibt sich allerdings eine potentielle Komplikation: Die Interpretation dieses Textes hängt dann möglicherweise davon ab, aus welcher dieser Theorien heraus die Leserin oder der Leser ihn betrachten. Es besteht die Möglichkeit, dass eigene Vorstellungen, die in einem gewissen Bezug zu dem hier Dargestellten stehen, dahingehend interpretiert werden, dass diese in voller Übereinstimmung mit dem hier Dargestellten stehen, ohne dass dies tatsächlich der Fall ist.

Eine Leserin oder ein Leser könnte beispielweise die in Abschnitt 3 thematisierte Interaktion zwischen Lernenden, um einen Konzeptwandel zu begünstigen, als ein Plädoyer für „aktivierende Lehre“ interpretieren. Das wäre eher eine *Theory-2*-Sicht, die verdeckt, dass es zuallererst um Folgendes geht: um das Transparentmachen von konzeptuellen Vorstellungen, die ganz oder teilweise im Widerspruch zu wissenschaftlichen Erkenntnissen stehen, und um die Hilfestellung, um solche Vorstellungen zu überwinden bzw. weiterzuentwickeln. Die methodische Frage ist

bei einer *Theory-3*-Sicht sekundär (jedoch nicht unwichtig, bei einer *Theory-2*-Sicht aber eben primär).

Zusammengefasst kommt Schwellenkonzepten und Konzeptwandel eine zentrale und doppelte Bedeutung zu, damit die Reform von Lehre und der Transfer von Reformprojekten gelingen können. Erstens müssen Reformprojekte inhaltlich darauf ausgerichtet sein, Schwellenkonzepte von Studierenden zu identifizieren und Studierende anschließend angemessen beim notwendigen Konzeptwandel zu unterstützen. Zweitens ist es wichtig, involvierten Lehrenden die Gelegenheit zu geben, sich ihrer Lehrkonzeptionen bewusst zu werden und sie beim ggf. notwendigen Konzeptwandel hin zu einer *Theory-3*-Sicht und dem Erkennen der Bedeutung von Schwellenkonzepten zu unterstützen (ggf. mit einem Zwischenschritt hin zu einer *Theory-2*-Sicht). Bzgl. des methodischen Vorgehens gibt die Forschungsliteratur derzeit hinsichtlich des Konzeptwandels bei Lehrenden weit weniger Auskunft als hinsichtlich des Konzeptwandels bei Studierenden. Es erscheint jedoch plausibel, die bei Studierenden erfolgreichen Methoden auch bei Lehrenden in analoger Weise anzuwenden.

## **6 Anhang: Beispiele für Schwellenkonzepte in der Mathematik**

### **6.1 Funktionen**

Funktionen werden heute in der Regel als Beziehungen zwischen zwei Mengen eingeführt mit der besonderen, einschränkenden Eigenschaft der Eindeutigkeit der Abbildung von Definitionsmenge auf Wertemenge. Viele Studierende können jedoch anhand dieses Kriteriums nicht feststellen, ob ein gegebener Zusammenhang als Funktion beschreibbar ist. Stattdessen versuchen sie (unter Umständen mit erheblichem Zeitaufwand), zuerst einen Algorithmus zu identifizieren, mit dem sie die Elemente der Definitionsmenge in Elemente der Wertemenge transformieren können. Erst durch das Identifizieren eines Algorithmus können sie funktionale Zu-

sammenhänge erkennen. Das Schwellenkonzept besteht hier darin, zu erkennen, dass das Konzept der Funktion nicht der konkreten Transformationsvorschrift bedarf, sondern lediglich die Eindeutigkeit der Transformation erfordert.

Bittet man beispielsweise Studierende zu entscheiden, ob die Konversion von Zahlworten in die entsprechenden Ziffernfolgen (z. B. einhundertdreiundzwanzig  $\rightarrow$  123) durch eine Funktion beschrieben werden kann, wird man zwei charakteristische Gruppen von Antworten erhalten. Die eine Antwortgruppe ist dadurch gekennzeichnet, dass ein Algorithmus konstruiert wird, der Zahlworte in entsprechende Ziffernfolgen transformieren soll. Die zweite Gruppe ist dadurch charakterisiert, dass die Personen den funktionalen Zusammenhang bejahen und mit der Eindeutigkeit der Abbildung begründen, ohne einen expliziten Abbildungsalgorithmus zu konstruieren.

BREIDENBACH, DUBINSKY, HAWKS & NICHOLS (1992) berichten von einer Kohorte von Lehramtsstudierenden mit Hauptfach Mathematik, in der ca. ein Drittel die beschriebene problematische Konzeption von Funktionen zeigt.

## 6.2 Leere Menge

Charakteristische Schwierigkeiten von Studierenden mit dem Konzept der leeren Menge  $\emptyset$  manifestieren sich u. a. darin, dass Aussagen wie

$$\{\emptyset, 8, 3, 5\} = \{3, 5, 8\}$$

$$\{\emptyset\} = \emptyset$$

als korrekte Aussagen betrachtet werden. Die Schwierigkeiten stehen im Zusammenhang mit einer noch nicht vollzogenen Ausdifferenzierung der Relation „ist enthalten in“ in Element- und Teilmengenrelation.

RIEGLER (2013) berichtet für zwei Kurse zur Theorie der formalen Sprachen, für die ein korrektes Verständnis der leeren Menge kritisch ist, dass jeweils knapp die Hälfte der Teilnehmenden die genannten Fehlvorstellungen bzgl. der leeren Menge zeigt. In einem dieser Kurse konnte dieser Anteil mit einer im Sinne von HAKE

(1998) auf Konzeptwandel ausgerichteten Lehrintervention (vergleiche auch Abschnitt 3, oben) merklich, aber bei weitem nicht zufriedenstellend verringert werden.

## 7 Literaturverzeichnis

**Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M. & Weller, K.** (2014). *The Teaching of Mathematics Using APOS Theory*. New York: Springer.

**Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. & Nichols, D.** (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, 23(3), 247-285.

**Dole, J. A. & Sinatra, G. M.** (1998). Reconceptualizing change in the cognitive construction of knowledge. *Educational Psychologist*, 33(2/3), 109-128.

**Hake, R. R.** (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 66(1), 64-74.

**Hestenes, D., Wells, M. & Swackhamer, G.** (1992). Force concept inventory. *The Physics Teacher*, 30(3), 141-158.

**Henderson, C.** (2008). Promoting instructional change in new faculty: An evaluation of the physics and astronomy new faculty workshop. *American Journal of Physics*, 76(2), 179-187.

**Ho, A., Watkins, D. & Kelly, M.** (2001). The conceptual change approach to improving teaching and learning: An evaluation of a Hong Kong staff development programme. *Higher Education*, 42(2), 143-169.

**Kuhn, T. S.** (1970). *The structure of scientific revolutions*. Chicago: University of Chicago Press.

**McDermott, L. C.** (1991). Millikan Lecture 1990: What we teach and what is learned – Closing the gap. *American Journal of Physics*, 59(4), 301-315.

- Meyer, J. H. & Land, R.** (2003). Threshold concepts and troublesome knowledge (1): Linkages to ways of thinking and practising within the disciplines. In C. Rust (Hrsg.), *Improving Student Learning: Improving Student Learning Theory and Practice – Ten Years On*. Oxford: Oxford Centre for Staff and Learning Development.
- Meyer, J. H. & Land, R.** (2005). Threshold concepts and troublesome knowledge (2): Epistemological considerations and a conceptual framework for teaching and learning. *Higher Education*, 49(3), 373-388.
- Middendorf, J. & Pace, D.** (2004). Decoding the disciplines: A model for helping students learn disciplinary ways of thinking. *New directions for teaching and learning*, 2004(98), 1-12.
- Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W. & Gertzog, W. A.** (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science Education*, 66(2), 211-227.
- Ramsden, P.** (2003). *Learning to Teach in Higher Education*. New York: RoutledgeFalmer.
- Redish, E. F.** (2003). *Teaching physics with the physics suite*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Riegler, P.** (2013). Students' conceptions of nothingness and their implications for a competency-driven approach to the curriculum. *Teaching Mathematics and its Applications*, 32(2), 76-80.
- Turpen, C., Dancy, M. & Henderson, C.** (2010). Faculty Perspectives On Using Peer Instruction: A National Study. *AIP Conference Proceedings*, 1289, 325-328.
- Wieman, C., Perkins, K. & Gilbert, S.** (2010). Transforming Science Education at Large Research Universities: A Case Study in Progress. *Change: The Magazine of Higher Learning*, 42(2), 6-14.



## 8 Danksagung

Ich danke A. Fricke, S. Wirthgen und den beiden Gutachtern für die kritische Durchsicht und wertvollen Verbesserungsvorschläge. Dieses Vorhaben wurde zum Teil mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter dem Förderkennzeichen 01PL11059 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt beim Autor.

### Autor



Prof. Dr. Peter RIEGLER || Ostfalia Hochschule, Zentrum für erfolgreiches Lehren und Lernen und Fakultät Informatik || Salzdahlumer Str. 46/48, D-38302 Wolfenbüttel

[public.fh-wolfenbuettel.de/~riegler](http://public.fh-wolfenbuettel.de/~riegler)

[p.riegler@ostfalia.de](mailto:p.riegler@ostfalia.de)